F-UNL-DAA-012

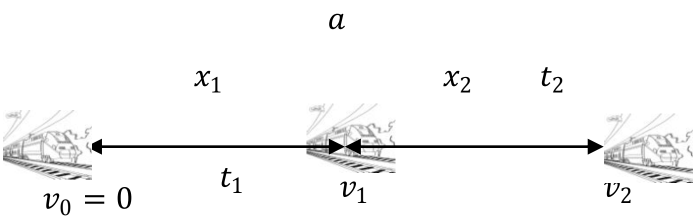
REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
MINISTERIO DEL PODER POPULAR PARA LA DEFENSA
UNIVERSIDAD NACIONAL EXPERIMENTAL POLITÉCNICA
DE LA FUERZA ARMADA NACIONAL
UNEFA
NÚCLEO LARA

GUÍA DE PROBLEMAS DE UNIDAD IV. DINÁMICA DE LA PARTÍCULA

FÍSICA I. PROF. JUAN CARLOS IBARRA. 2-2010

1. Un tren arrancó a partir del punto de reposo y se movió con aceleración constante. En un momento tenia rapidez de 9,14 m/s y 48,8 m más lejos tenia rapidez de 15,2 m/s. Calcular: a) La aceleración. b) El tiempo empleado en recorrer los 48,8 m mencionaos. c) El tiempo necesario para alcanzar la rapidez de 9,14 m/s. d) La distancia recorrida a partir del punto de reposo hasta alcanzar 9,14 m/s.

Análisis:



Datos:

$v_0 = 0$

$a = constante$

$v_1 = 9{,}14\ m/s$

$v_2 = 15{,}2\ m/s$

$x_2 = 48{,}8\ m$

$a)\ a = ?$

$b)\ t_2 = ?$

$c)\ t_1 = ?$

$d)\ x_1 = ?$

a) Para calcular la aceleración:
Entre las ecuaciones de movimiento en el plano se selecciona: $v_f{}^2 = v_0{}^2 + 2ax$

Se calcula la aceleración en cualquier tramo del movimiento puesto que es constante.

Adaptando la ecuación al planteamiento: $v_2{}^2 = v_1{}^2 + 2ax_2$, de donde se despaja *a*

$v_2{}^2 - v_1{}^2 = 2ax_2$ luego: $a = \dfrac{v_2{}^2 - v_1{}^2}{2ax_2}$

Resolver empleando las unidades correspondientes.

b) Para calcular el tiempo empleado en recorrer los 48,8 m: $v_f = v_0 + at$

Adaptando la ecuación al planteamiento: $v_2 = v_1 + at_2$, de donde se despeja t_2

$v_2 - v_1 = at_2$ luego: $t_2 = \dfrac{v_2 - v_1}{a}$

Resolver empleando las unidades correspondientes.

c) Para calcular el tiempo necesario para alcanzar la rapidez de 9,14 m/s:
Se utiliza la misma ecuación usada en b) pero se adapta al planteamiento:

$t_1 = \dfrac{v_1 - v_0}{a}$ Resolver empleando las unidades correspondientes.

d) Para determinar La distancia recorrida a partir del punto de reposo hasta alcanzar 9,14 m/s:

Se utiliza la ecuación del desplazamiento: $x = v_0 t + \frac{at^2}{2}$

Adaptándola al planteamiento: $x = v_1 t_1 + \frac{a{t_1}^2}{2}$

Extra: Demostrar que efectivamente la aceleración es constante:
Calcular a en x_1 , debe obtenerse el mismo valor obtenido en a)

2.

Ejemplo 2.4

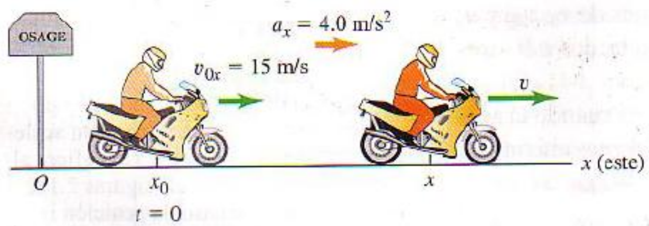
Cálculos de aceleración constante

Un motociclista que viaja al este cruza una pequeña ciudad de Iowa y acelera apenas pasa el letrero que marca el límite de la ciudad (Fig. 2.19). Su aceleración constante es de 4.0 m/s^2. En $t = 0$, está a 5.0 m al este del letrero, moviéndose al este a 15 m/s. a) Calcule su posición y velocidad en $t = 2.0$ s. b) ¿Dónde está el motociclista cuando su velocidad es de 25 m/s?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: El enunciado del problema nos dice explícitamente que la aceleración es constante, así que podemos usar las ecuaciones para aceleración constante.

PLANTEAR: Tomamos el letrero como origen de coordenadas ($x = 0$) y decidimos que el eje $+x$ apunta al este (Fig. 2.19). En $t = 0$, la posición inicial es $x_0 = 5.0$ m y la velocidad inicial es $v_{0x} = 15$ m/s. La aceleración constante es $a_x = 4.0$ m/s^2. Las variables desconocidas en la parte (a) son: los valores de la posición x y la velocidad v_x en el instante posterior $t = 2.0$ s; la incógnita en la parte (b) es el valor de x cuando $v_x = 25$ m/s.



2.19 Motociclista viajando con aceleración constante.

EJECUTAR: a) Podemos hallar la posición en $t = 2.0$ s usando la ecuación (2.12) que da la posición x en función del tiempo t:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_{0x} + \frac{1}{2}a_x t^2 \\ &= 5.0\ \text{m} + (15\ \text{m/s})(2.0\ \text{s}) + \frac{1}{2}(4.0\ \text{m/s}^2)(2.0\ \text{s})^2 \\ &= 43\ \text{m} \end{aligned}$$

Podemos hallar la velocidad en ese instante con la ecuación (2.8), que da la velocidad v_x en función del tiempo t:

$$\begin{aligned} v_x &= v_{0x} + a_x t \\ &= 15\ \text{m/s} + (4.0\ \text{m/s}^2)(2.0\ \text{s}) = 23\ \text{m/s} \end{aligned}$$

b) Para la solución de la parte (a), vemos que la velocidad es $v_x = 25$ m/s en un instante posterior a 2.0 s y a más de 43 m del letrero. Por la ecuación (2.13), tenemos

$$v_x^2 = {v_{0x}}^2 + 2a_x(x - x_0)$$

Despejando x y sustituyendo los valores conocidos, obtenemos

$$\begin{aligned} x &= x_0 + \frac{v_x^2 - {v_{0x}}^2}{2a_x} \quad \text{así,} \\ &= 5.0\ \text{m} + \frac{(25\ \text{m/s})^2 - (15\ \text{m/s})^2}{2(4.0\ \text{m/s}^2)} \\ &= 55\ \text{m} \end{aligned}$$

O bien, podemos usar la ecuación (2.18) para averiguar en qué instante $v_x = 25$ m/s:

$$\begin{aligned} v_x &= v_{0x} + a_x t \quad \text{así} \\ t &= \frac{v_x - v_{0x}}{a_x} = \frac{25\ \text{m/s} - 15\ \text{m/s}}{4.0\ \text{m/s}^2} \\ &= 2.5\ \text{s} \end{aligned}$$

Después, por la ecuación (2.12), tenemos

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \\ &= 5.0\ \text{m} + (15\ \text{m/s})(2.5\ \text{s}) + \frac{1}{2}(4.0\ \text{m/s}^2)(2.5\ \text{s})^2 \\ &= 55\ \text{m} \end{aligned}$$

EVALUAR: ¿Son lógicos los resultados? Según lo que calculamos en la parte (a), el motociclista acelera de 15 m/s (unos 54 km/h) a 23 m/s (unos 83 km/h) en 2.0 s, mientras recorre una distancia de 38 m. El resultado de la parte (b) nos dice que, después de otros 0.5 s, el motociclista ha avanzado otros 12 m y ha acelerado a 25 m/s (90 km/h). Ésta es una aceleración considerable, pero una moto de alto rendimiento bien puede alcanzarla.

3.

Ejemplo 2.1 Velocidades media e instantánea

Un leopardo acecha 20 m al este del escondite de un observador (Fig. 2.6). En $t = 0$, el leopardo ataca a un antílope en un claro 50 m al este del observador. El leopardo corre en línea recta. Un análisis posterior de la grabación revela que, durante los primeros 2.0 s del ataque, la coordenada x del leopardo varía con el tiempo según la ecuación $x = 20\ \text{m} + (5.0\ \text{m/s}^2)t^2$. (Las unidades de los números 20 y 5.0 *deben* ser las mostradas para que la expresión sea dimensionalmente congruente.) a) Obtenga el desplazamiento del leopardo entre $t_1 = 1.0$ s y $t_2 = 2.0$ s. b) Calcule la velocidad media en dicho intervalo. c) Calcule la velocidad instantánea en $t_1 = 1.0$ s tomando $\Delta t = 0.1$ s, luego $\Delta t = 0.01$ s, luego $\Delta t = 0.001$ s. d) Deduzca una expresión general para la velocidad instantánea en función del tiempo, y con ella calcule v_x en $t = 1.0$ s y $t = 2.0$ s.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Este problema requiere usar las definiciones de desplazamiento, velocidad media y velocidad instantánea. El uso de las dos primeras implica álgebra; la última requiere cálculo para derivar.

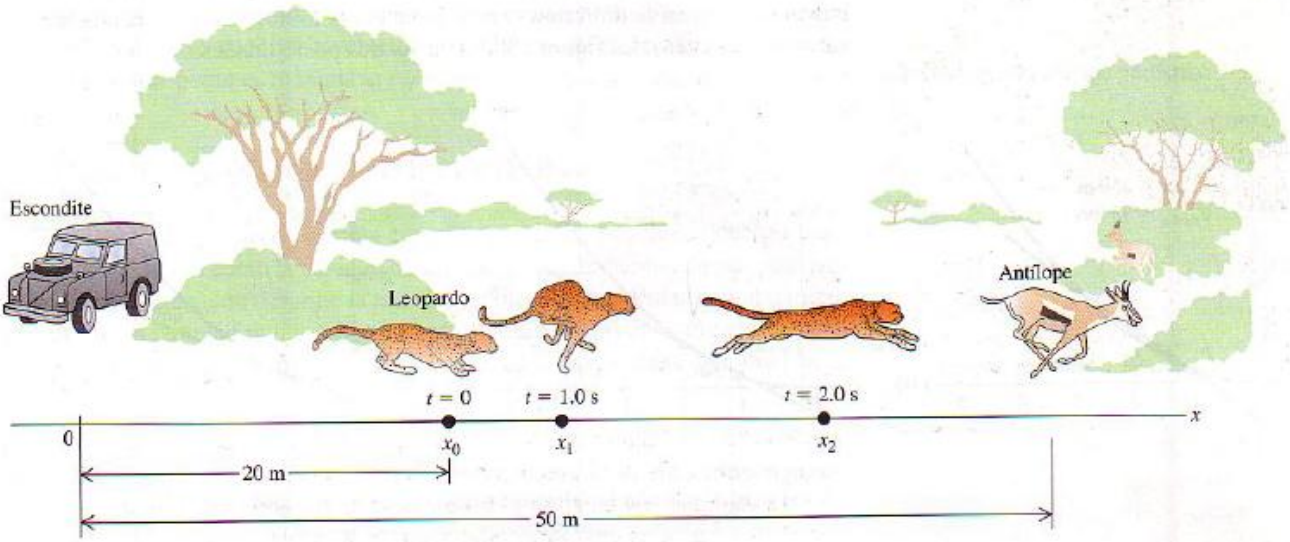
PLANTEAR: La figura 2.6 muestra el movimiento del leopardo. Para analizar este problema, usamos la ecuación (2.1) del desplazamiento, la ecuación (2.2) de la velocidad media y la ecuación (2.3) de la velocidad instantánea.

EJECUTAR: a) En $t_1 = 1.0$ s, la posición del leopardo x_1 es

$$x_1 = 20\ \text{m} + (5.0\ \text{m/s}^2)(1.0\ \text{s})^2 = 25\ \text{m}$$

En $t_2 = 2.0$ s, su posición x_2 es

$$x_2 = 20\ \text{m} + (5.0\ \text{m/s}^2)(2.0\ \text{s})^2 = 40\ \text{m}$$



El desplazamiento en este intervalo es

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 40\ \text{m} - 25\ \text{m} = 15\ \text{m}$$

b) La velocidad media durante este intervalo es

$$v_{\text{med-}x} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{40\ \text{m} - 25\ \text{m}}{2.0\ \text{s} - 1.0\ \text{s}} = \frac{15\ \text{m}}{1.0\ \text{s}} = 15\ \text{m/s}$$

c) Con $\Delta t = 0.1$ s, el intervalo es de $t_1 = 1.0$ s a $t_2 = 1.1$ s. En t_2, la posición es

$$x_2 = 20\ \text{m} + (5.0\ \text{m/s}^2)(1.1\ \text{s})^2 = 26.05\ \text{m}$$

La velocidad media en este intervalo es

$$v_{\text{med-}x} = \frac{26.05\ \text{m} - 25\ \text{m}}{1.1\ \text{s} - 1.0\ \text{s}} = 10.5\ \text{m/s}$$

Siga este modelo para calcular las velocidades medias de los intervalos de 0.01 s y 0.001 s. Los resultados son 10.05 m/s y 10.005 m/s.

Al disminuir Δt, la velocidad media se acerca a 10.0 m/s, y concluimos que la velocidad instantánea en $t = 1.0$ s es de 10.0 m/s.

d) Obtenemos la velocidad instantánea en función del tiempo derivando la expresión de x respecto a t. Para cualquier n, la derivada de t^n es nt^{n-1}, así que la derivada de t^2 es $2t$. Por tanto,

$$v_x = \frac{dx}{dt} = (5.0\ \text{m/s}^2)(2t) = (10\ \text{m/s}^2)t$$

En $t = 1.0$ s, $v_x = 10$ m/s, como vimos en la parte (c). En $t = 2.0$ s, $v_x = 20$ m/s.

EVALUAR: Nuestros resultados muestran que el leopardo aumentó su rapidez de $t = 0$ (cuando estaba en reposo) a $t = 1.0$ s ($v_x = 10$ m/s) a $t = 2.0$ s ($v_x = 20$ m/s). Esto es lógico; el leopardo sólo cubrió 5 m durante el intervalo de $t = 0$ a $t = 1.0$ s, pero cubrió 15 m durante el intervalo de $t = 1.0$ s a $t = 2.0$ s.